

文章编号: 1671-6612 (2024) 02-161-07

# 基于 NSGA-II 和 BP 神经网络的 螺旋板式换热器多目标优化

郭俊飞<sup>1</sup> 卿德藩<sup>1</sup> 倪浪<sup>1</sup> 白建军<sup>1</sup> 向立平<sup>2</sup>

(1. 南华大学机械工程学院 衡阳 421001; 2. 南华大学核科学技术学院 衡阳 421001)

**【摘要】** 提出了一种带扰流片的螺旋板式换热器结构参数多目标优化方案, 该方案主要采用快速非支配排序遗传算法 NSGA-II、BP 神经网络以及 CFD 正交试验, 在给定的范围内寻找最佳的扰流片结构参数。设置 16 组正交仿真试验模型, 并根据试验样本数据得到扰流片结构参数和优化变量之间的非线性映射关系。以对流换热系数和压降为目标函数, 使用 NSGA-II 算法对优化后的 BP 神经网络进行极值寻优, 得出优化目标下的 Pareto 解集, 最后采用 TOPSIS 评价方法得到扰流片结构多目标优化的最终结果。仿真结果表明, 优化后的结构同多目标优化算法的预测值误差都在 15% 以内, 对流换热系数  $h$  较传统的螺旋板式换热器提高 31.4%, 说明该优化方法是可行的, 为换热器结构优化和工程应用提供一定的参考。

**【关键词】** 遗传算法; BP 神经网络; 正交试验; 换热器; 多目标优化

中图分类号 TH123 文献标志码 A

## Multi-objective Optimization of Spiral Plate Heat Exchanger Based on NSGA-II and BP Neural Network

Guo Junfei<sup>1</sup> Qing Defan<sup>1</sup> Ni Lang<sup>1</sup> Bai Jianjun<sup>1</sup> Xiang Liping<sup>2</sup>

(1. College of Mechanical Engineering, University of South China, Hengyang, 421001;

2. School of Nuclear Science and Technology, University of South China, Hengyang, 421001)

**【Abstract】** In this paper, a multi-objective optimization scheme for structural parameters of spiral plate heat exchanger with spoilers is proposed. This project mainly uses NSGA-II, BP neural network and CFD orthogonal test to find the optimal structural parameters of spoilers in the given environment. First, the nonlinear mapping relationship between spoiler structure parameters and optimization variables can be obtained according to the analysis on the data from 16 groups of models set up for orthogonal simulating test. Then, take convective heat transfer coefficient and pressure drop as objective function, using NSGA-II algorithm to optimize the extremum of the optimized BP neural network to obtain the Pareto solution set under the optimization objective. Finally, the multi-objective optimization result about the spoiler structure can be acquired through the utilization of TOPSIS evaluation method. The simulation results show that the predicted value error of the optimized structure and the multi-objective optimization algorithm is less than 15%, and the convective heat transfer coefficient  $h$  is increased by 31.4% compared with the traditional spiral plate heat exchanger. It indicates that the optimization method suggested in this paper is well practicable for the heat exchangers' structure improvement and engineering application to provide a worthwhile reference.

**【Keywords】** Genetic algorithm; BP neural network; Orthogonal test; Heat exchanger; Multi-objective optimization

基金项目: 湖南省教育厅科学研究重点项目 (20A429)

作者简介: 郭俊飞 (1998.11-), 男, 硕士研究生, E-mail: 3107352319@qq.com

通讯作者: 卿德藩 (1963.11-), 男, 本科, 教授, E-mail: 2533796583@qq.com

收稿日期: 2023-11-26

## 0 引言

螺旋板式换热器是一种常见的新型换热设备,具有传热效率好,运行稳定性高,可以有效回收低温热能等优点,因而广泛应用于医药、发电、能源、焦化等行业。随着全球能源供应危机的愈演愈烈,工程上对换热器换热效率和换热量的要求也越来越高<sup>[1,2]</sup>。然而提高换热器换热效率的同时往往会增大换热器的压力损耗,因此国内外学者广泛研究如何合理设计换热器结构,使其尽可能提高换热效率的同时避免过大的压力损耗。

很明显,上述换热器的结构优化是一个典型的多目标优化问题。多目标优化问题是指在某一优化问题中,需要同时优化多个目标量,通常这些目标量间是相互制约的,无法同时达到最优值。传统的多目标优化方法一般是通过选择合适的权重参数将多目标优化转换为单个目标的优化问题,然后再借助数学规划工具或者算法来求解<sup>[3,4]</sup>。蔡飞<sup>[5]</sup>等基于火积耗散理论,以螺旋板式换热器传热和压降引起的火积耗散为目标函数,利用遗传算法分别对换热器进出口流速和温度做了优化。古新<sup>[6]</sup>等基于遗传算法分别对换热器在总火积耗散和总成本最小条件下进行了多目标和单目标优化,并得到了目标函数下的 pareto 解。李闯<sup>[7]</sup>等在给定换热量的情况,以传热和阻力引起的熵产作为目标函数,用遗传算法对螺旋板式换热器结构参数进行多目标优化,并利用熵权法得到 pareto 前沿解集内的最优解。显然上述方法适用于有理论公式时的流动换热情况,对于一些改进结构或者理论不是很成熟的新型换热器不是很适合。而且随着优化问题的复杂化,该方法的计算难度逐渐提高,同时这种方法很容易陷入局部最优解<sup>[8]</sup>。

近年来随着计算机技术的发展,特别是各种高效多目标优化算法的提出与应用。计算机仿真技术结合智能优化算法的结构改进策略在行业内运用十分广泛<sup>[9]</sup>。Osman<sup>[10]</sup>等通过实验设计、CFD 模拟和径向基函数神经网络对空化反应器中的多孔孔板进行了优化设计。采用 NSGA-II 算法进行最优设计,得到最佳孔板厚度和孔径大小。Shojaefard<sup>[11]</sup>等采用改进的遗传算法 NSGA-II 和熵权 (TOPSIS) 评价方法进行离心泵诱导器多目标优化的研究。并提出一种使用 CFD 技术验证结果正确性的方法,得到 TOPSIS 评价方法下的最优点。但采用 CFD

和遗传算法的全局优化方法在进行 CFD 计算时往往耗费大量的时间。朱国俊<sup>[12]</sup>等提出一种采用径向基神经网络来替代寻优过程中的 CFD 计算,并结合快速非支配排序遗传算法来优化水轮机叶片翼型的方法,大大缩减了优化运算时间。刘景成<sup>[13]</sup>等采用数值模拟软件得到板翅换热器导流结构正交试验数据,再用 GA-BP 算法优化导流结构尺寸,得到性能更好的导流结构,仿真分析结果表明该结构性能更好,自重更轻。

然而上述方法要么是需要强大的并行计算能力要么需要花费大量的计算时间,虽然遗传算法结合 BP 神经网络的方法在这方面有所改善。但在 BP 神经网络训练时很容易出现过拟合或者欠拟合的现象,并且采用遗传算法优化方法很难在全局范围内寻优。因此,本文提出一种可应用于小试验样本,且能有效防止 BP 神经网络出现过拟合和欠拟合的全局多目标优化方法。采用该优化方法对带扰流片的螺旋板式换热器进行多目标优化计算,得到目标函数下最优结构参数的 pareto 前沿曲线,并用 CFD 验证 TOPSIS 决策下的最优结构,证明本文的优化方法可行性。

## 1 CFD 正交试验模型

### 1.1 仿真正交试验模型

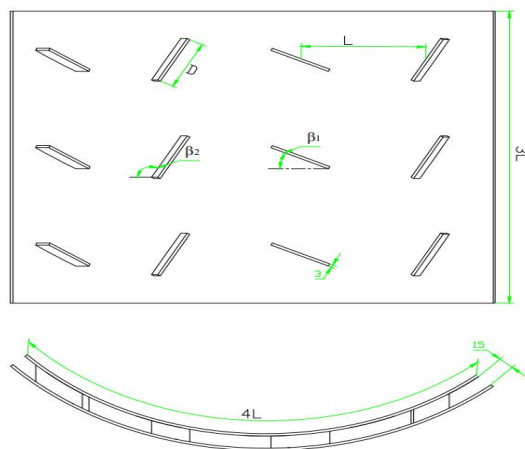


图 1 扰流片螺旋板式换热器结构示意图

Fig.1 Schematic diagram of the structure of the spoiler spiral plate heat exchanger

图 1 为本文所述螺旋板式换热器结构示意图。在换热器内添加扰流元件是常见的提高换热器换热效率的手段,本文在传统的螺旋板式换热器的基础上添加扰流片代替定距柱对换热器进行强化换

热。研究发现, 不同的扰流片结构参数以及流体流动速度直接影响了换热器流道内流动状态和换热效率。因此本文通过研究不同扰流片结构参数对流动换热特性的影响来优化扰流片结构。

本文研究扰流片迎角 $\beta_1$ 和 $\beta_2$ 、间距 $D$ 、扰流片长度 $L$ 及进口流速 $u$ 等参数对螺板换热器流动换热性能的影响, 并以对流换热系数( $h$ )与换热器进出口压降( $\Delta p$ )为目标函数, 对扰流片结构进行多目标优化。

表 1 扰流片结构 CFD 正交试验参数及试验结果

Table 1 CFD orthogonal test parameters and test results of spoiler structure

Case	$\beta_1/^\circ$	$\beta_2/^\circ$	$D/\text{mm}$	$L/\text{mm}$	$u/\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$	$\Delta p/\text{kPa}$	$h/\text{kW}\cdot(\text{m}^2\cdot\text{K})^{-1}$
1	15	120	50	80	1.0	1.494	7.708
2	15	135	60	90	1.5	2.795	9.781
3	15	150	70	100	2.0	14.758	13.731
4	15	165	80	110	2.5	28.226	16.389
5	30	120	60	100	2.5	17.335	16.294
6	30	135	50	110	2.0	3.452	10.881
7	30	150	80	80	1.5	6.594	10.162
8	30	165	70	90	1.0	2.880	7.569
9	45	120	70	110	1.5	7.910	11.213
10	45	135	80	100	1.0	9.751	9.243
11	45	150	50	90	2.5	8.864	14.582
12	45	165	60	80	2.0	14.618	14.824
13	60	120	80	90	2.0	70.464	17.756
14	60	135	70	80	2.5	147.414	33.203
15	60	150	60	110	1.0	2.212	7.019
16	60	165	50	100	1.5	2.937	9.103

表 1 为各优化参数取值及正交试验样本数据。工程上换热器的设计通常是按照工艺要求选择换热器类型, 同时对给定生产任务下所需的传热面积进行计算, 并确定换热器的工艺尺寸。通过分析扰流片结构参数取值可以得出, 不同结构参数随机组合一共可以产生 625 ( $5^4$ ) 个试验点。显然要对上述所有的样本点进行仿真计算是很困难的。针对这一情况, 本文用正交试验的方式对上述所有样本点有针对性地选择。该方法能快速、高效地在样本空间中挑选出分布均匀且有代表性的点进行试验, 减少了数值模拟试验的次数。在表 1 仿真计算结果的基础上, 采用 BP 神经网络建立扰流片结构参数与优化变量间的非线性关系, 然后用 NSGA-II 算法对优化后的网络进行预测, 研究不同参数变化对换热

器流动换热的性能影响<sup>[14]</sup>, 寻找最优的扰流板结构参数。

## 1.2 计算模型设置

本文通过 CFD 数值计算方法来获得螺旋板式换热器流动换热特性。工作介质选择不可压流体, 为了准确反映流体在螺旋流道内的运动特性, 湍流模型选择始于旋转流动的 realizable k- $\epsilon$  模型, 近壁面选择增强的壁面函数。使用 SIMPLEC 算法进行压力速度的耦合, 流动控制方程组在整个计算域内都采用二阶迎风格式进行离散, 残差收敛精度设定为  $10^{-6}$ 。对模型进行网格无关性验证, 经验证当网格尺寸为 1mm 时, 满足计算要求。为了准确模拟螺旋板换热器流道内的真实流动情况, 给出边界条件如下:

(1) 流道入口为速度入口, 温度设置  $T_{in}=300\text{K}$ ; 出口为自由出流边界; 壁面设定为恒定壁温  $T_w=370\text{K}$ ; 流体介质采用液态水, 密度为  $998\text{kg}/\text{m}^3$ 。

(2) 为了使流体入口速度分布均匀, 避免回流对计算收敛的影响, 适当延长流体进出口距离, 这样在计算域中产生的就是完整的涡流, 不会影响收敛。

(3) 为简化计算, 选取一段螺旋板式换热器流道模型作为仿真计算的物理模型, 流道两侧设置为周期性边界条件。

## 1.3 目标函数及自变量取值范围

本文选择流动换热系数和压降作为本次多目标优化的变量, 螺旋板式换热器流体流动换热过程中对流换热系数及其压差计算公式如下所示:

该过程的对流换热系数:

$$h = \frac{q}{t_w - t_m} \quad (1)$$

压降计算式:

$$\Delta p = p_{out} - p_{in} \quad (2)$$

式中:  $q$  为壁面与流体间的热通量,  $\text{kW}/\text{m}^2$ ;  $t_w$  为固体壁面的温度,  $\text{K}$ ;  $t_m$  为进出口流体的对数平均温度。

本文表述的螺旋板式换热器多目标优化问题可以如下表述:

$$\begin{cases} \min F_1(X), \max F_2(X) \\ X = (\beta_1, \beta_2, D, L, u) \\ lb \leq X \leq ub \end{cases} \quad (3)$$

式中： $F_1(X)$ 、 $F_2(X)$ 分别代表该模型下不同自变量对应的压降和对流换热系数； $lb$  为自变量取值范围的下限  $lb=[0\ 105\ 40\ 70\ 0.5]$ ， $ub$  为自变量取值范围的上限  $ub=[75\ 180\ 90\ 120\ 3.0]$ 。

## 2 算法优化

### 2.1 NSGA-II算法及 BP 神经网络描述

人工神经网络具有较好的非线性映射特性，其中 BP 神经网络是当前工程中应用最广泛的一种人工神经网络。其最大特点是仅借助输入参数与输出参数的样本数据就可以建立输入与输出变量间的非线性映射关系，而无需构建复杂的数学模型<sup>[15,16]</sup>。而本文选择的换热器模型目前没有合适的数学模型，因此选择 BP 神经网络构建扰流片结构参数与目标量之间的映射关系。这种映射结果的精度一般与训练样本的数量直接相关，但是由于计算和时间成本的约束，实际操作中用于训练的样本十分有限。为在较少的训练样本中获取更拟合样本数据的网络模型，尽量避免出现欠拟合和过拟合的情况，本文选择 NSGA-II算法来优化 BP 神经网络。

NSGA-II算法是 Deb<sup>[17]</sup>等人于 2002 年在非支配遗传算法 (NSGA) 的基础上提出的。该算法采用快速非支配排序算法定义优势个体，大大降低了算法的计算复杂度，用拥挤度代替需要指定的共享半径  $\sigma$ -share，使子代种群包含的自变量区域空间范围更广，丰富了种群的多样性。引入精英策略方案，保留了种群中的优秀个体并淘汰劣等个体，提高了算法的运算速度和鲁棒性。

### 2.2 NSGAI-2 BP 神经网络优化设置及流程

采用 NSGA-II优化神经网络其流程如图 2 所示。

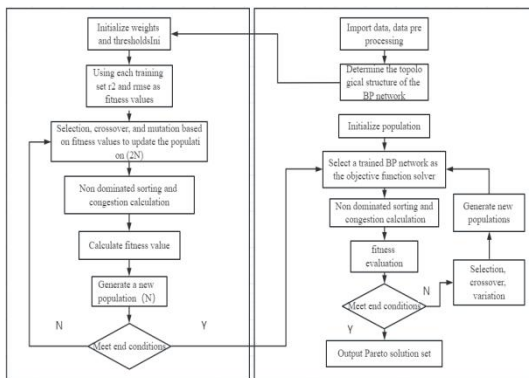


图 2 多目标优化算法流程图

Fig.2 Flow chart of multi-objective optimization algorithm

在训练神经网络时将正交试验数据按 4:1 的比例随机划分为训练集和测试集，以训练集和测试集的决定系数  $R^2$  和均方根误差 RMSE 为种群的适应度函数 Fit，优化 BP 神经网络的权值和阈值。根据文献<sup>[18]</sup>的描述，多隐含层可以提高神经网络的拟合效果、预测准确性和泛化能力，尤其在数据样本较少的情况下，能够更好地处理数据的复杂性和不确定性。因此本文的神经网络选择含两层隐含层的 BP 神经网络，隐含层神经元节点数为 11。图 3 为神经网络训练中的回归曲线。

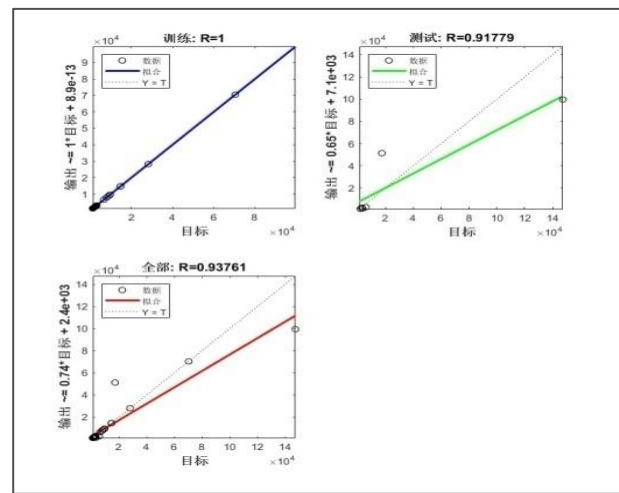


图 3 神经网络回归曲线

Fig.3 Regression curve of neural network

### 2.3 NSGA-II优化求解

BP 神经网络训练完成后，即可对扰流片结构进行多目标优化，其整个优化流程基于 NSGA-II算法的多目标优化方法，以寻找目标函数的最佳可能组合，称为 Pareto front。本文使用 MATLAB 2020 自带的非支配遗传算法工具箱，调用语句和设置如下：

```

1.[solution2,objectiveValue2]=gamultiobj(objfun1,nsizel,[],[],[],lb,ub,[],options1)
2.optimoptions('gamultiobj','MaxGenerations',50
0,'PopulationSize',100,'ParetoFraction',0.5,'PlotFcn','gaplotstopping','gaplotpareto')

```

其中 solution2、objectiveValue2 分别为优化出来的目标值和自变量，objfun1 为神经网络非线性拟合关系，nsizel 为优化变量数，算法设置为其他均采用默认设置，该算法优化步骤如下：



(1) 确定变量及取值范围、Pareto 最优比例、种群大小  $N$  和最大迭代代数  $P_{max}$  等, 并在自变量取值范围内随机生成一组个体数为  $N$  的种群, 作为初始种群  $P_0$ 。

(2) 第  $n$  代父代种群  $P_n$  通过选择、交叉、变异产生新的子种群  $P_n'$ 。

(3) 混合父代  $P_n$  和子代  $P_n'$  : 将父代和子代个体混合在一起, 形成一个新的种群大小  $2N$  的混合种群  $T$ , 对其中的个体进行快速非支配排序, 将种群  $T$  中的个体分为多个等级, 非支配等级越高表示个体越优秀, 越靠近 Pareto 最优解。

(4) 在每个非支配等级中, 计算个体的拥挤度, 用于度量个体在解空间中的分布情况, 拥挤度越高表示个体越分散、解的多样性越丰富。

(5) 按非支配排序等级和拥挤度高低, 选择一部分优秀的个体 ( $N$ ) 作为下一代种群的父代  $P_{n+1}$ 。

(6) 判断是否满足收敛条件(最大迭代步数), 若满足,  $n+1$  重复执行步骤 2—5 直到不满足收敛条件, 返回最终的优化结果集合, 即 Pareto 最优解集。

### 2.4 BP 神经网络拟合结果

按照上述步骤优化的 BP 神经网络和一般神经网络对实验数据拟合结果如图 4 所示。

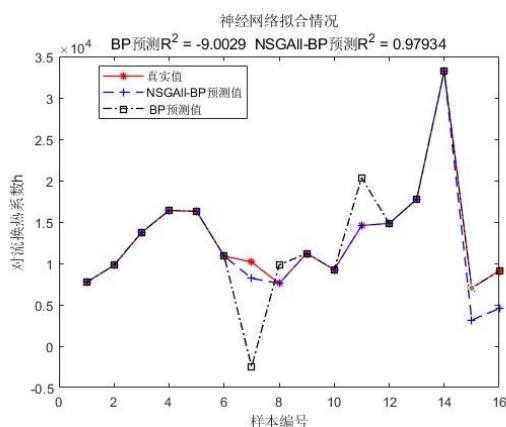


图 4 对流换热系数拟合结果比较

Fig.4 Comparison of fitting results of convective heat transfer coefficient

如图 5 所示采用 NSGA-II 遗传算法优化出来的神经网络相较于传统的神经网络误差更小, 模型拟合效果也更好。

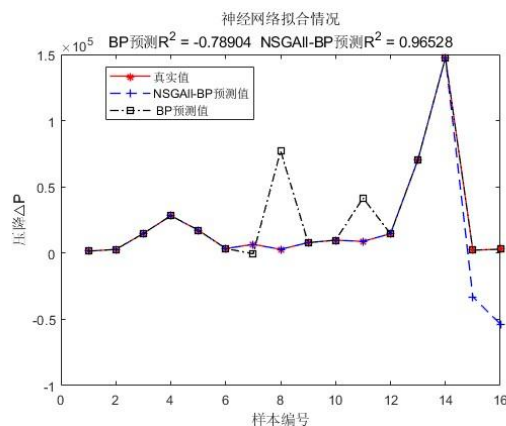


图 5 压降拟合结果比较

Fig.5 Comparison of pressure drop fitting results

## 3 扰流片结构优化与结果分析

### 3.1 多目标优化结果

采用 NSGA-II 算法对优化后的 BP 神经网络进行全局寻优, 得到目标函数下的 Pareto 最优解集, 其结果如图 6 所示。

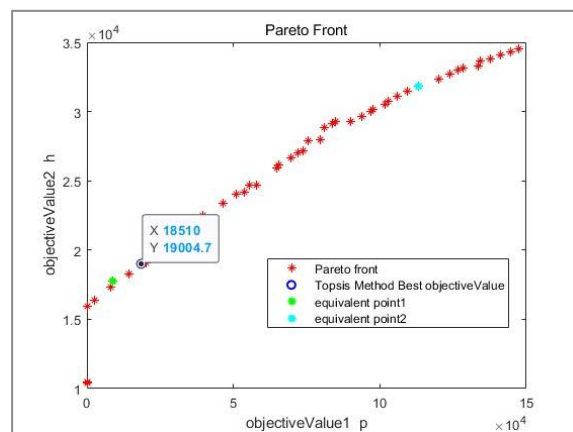


图 6 Pareto 最优解集分布图

Fig.6 Pareto distribution of optimal solution sets

图 6 中的 Pareto 最优解在压降和对流换热系数组成的平面内组成了一条单调递增曲线。Pareto 最优解曲线的单调性说明了换热器的换热性能增加的同时会增大换热通道进出口的压降, 表明了换热器优化时换热系数与压降是两个相互冲突的量, 不可能存在一种结构使得换热器的换热性能和压降同时达到最好。Pareto 最优解集曲线上离散点所代表的扰流片结构参数都是优化条件下的最优解, 它们在不同的目标方向上的组合是占优的, 因此需要设计人员要根据不同的工程需要选择合适的结

构参数。

逼近理想解排序法 (TOPSIS) 是根据评价对象与理想化目标的接近程度进行排序的多属性决策方法。基本思路是通过假定正、负理想解, 测算各样本与正、负理想解的距离, 得到其与理想方案的相对贴适度来评价目标的优劣。正理想解是指各指标属性达到最满意的解, 而负理想解则是各指标属性达到最不满意的解。本文按照 TOPSIS 评价方法对 Pareto 前沿解集上的点进行评价, 找到评分最大的点并将该点作为本次多目标优化的最优解。表 2 为图 6 所示三点的结构参数值。

表 2 Pareto 优化解的结构参数

Table 2 Structure parameters of Pareto optimization solution

名称	$\beta_1/^\circ$	$\beta_2/^\circ$	$D/\text{mm}$	$L/\text{mm}$	$u/\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$
Topsis point	68.9	165.4	49.3	73.9	2.17
Equivalent point1	69.2	156.7	54.1	70.7	2.98
equivalent point2	69.8	164.4	49.5	70.7	2.72

### 3.2 CFD 分析

表 3 比较了采用传统定距柱支撑和采用本文强化换热结构的螺旋板换热器的数值模拟结果。表中传统螺板换热器采用定距柱支撑结构, 定距柱直径  $R=20\text{mm}$ , 其他结构参数一样。

表 3 CFD 验证结果比较

Table 3 Comparison of CFD verification results

名称	$h/\text{kW}\cdot(\text{m}^2\cdot\text{K})^{-1}$	$\Delta p/\text{kPa}$
传统螺板换热器	13.031	2.809
Topsis 优化结构	17.121	16.819
算法预测值	19.005	18.51
误差	11.0%	10.1%

正如表 3 所示, 采用 FLUENT 计算本文最终优化的结构参数的换热模型, 该结果下的  $h$  和  $\Delta p$  同 NSGA-II 多目标优化算法的预测值误差分别为 11.0% 和 10.1%, 误差都在 15% 以内说明本次优化的 BP 神经网络和 Pareto 解集都是合适的。且该优化模型同传统的螺旋板式换热器对比, 对流换热系数增加了 31.4%, 虽然该结构导致压降增加了近五倍。

## 4 结论

本文提供了一种全局搜索权值和阈值构建 BP 神经网络的多目标优化方法, 并结合 CFD 正交试验研究了带扰流片的螺板换热器结构参数多目标优化, 得出如下结论:

(1) 采用 NSGA-II 遗传算法可以在全局范围内找到合适的权值和阈值参数矩阵, 并且构建出的 BP 神经网络对正交试验样本的拟合效果较一般的 BP 网络更好。

(2) 对不同结构参数下的螺旋板式换热器进行多目标算法优化, 得到目标函数下的 Pareto 前沿曲线, 最后获得在 TOPSIS 评价方法下的最佳结构参数, 该优化算法的结果与 CFD 仿真结果误差在 15% 以内。

(3) 优化结果表明正交试验法和 BP 神经网络结合, 可以用少量的样本得到均匀分散的样本点, 而非支配遗传算法可以在较短的时间内找到全局意义上的最劣解。实例表明该优化方法能更好的弥补神经网络的不足, 增强 BP 神经网络的拟合效果, 并且对复杂的结构优化具有通用性。

### 参考文献:

- [1] Tapre R W, Kaware J P. Review on heat transfer in spiral heat exchanger[J]. international Journal of scientific and Research Publications, 2015,5(6):2278-0181.
- [2] Khorshidi J, Heidari S. Design and construction of a spiral heat exchanger[J]. Advances in Chemical Engineering and Science, 2016,6(2):201.
- [3] Pereira J L J, Oliver G A, Francisco M B, et al. A review of multi-objective optimization: methods and algorithms in mechanical engineering problems[J]. Archives of Computational Methods in Engineering, 2022,29(4): 2285-2308.
- [4] Gunantara N. A review of multi-objective optimization: Methods and its applications[J]. Cogent Engineering, 2018,5(1):1502242.
- [5] 蔡飞, 丁田田, 吴吁生. 换热器性能的经济学分析[J]. 电力与能源, 2013,34(5):449-451.
- [6] 古新, 潘国华, 刘敏珊, 等. 基于遗传算法的三叶孔板换热器优化设计[J]. 压力容器, 2013,30(7):12-17.
- [7] 李闯, 黄跃武. 基于流动和传热引起的熵产对螺旋板式换热器的多目标优化[J]. 制冷与空调, 2017,31(6):

- 555-560.
- [8] 耿玉磊,张翔.多目标优化的求解方法与发展[J].机电技术,2004,27(B10):105-108.
- [9] Gunantara N. A review of multi-objective optimization: Methods and its applications[J]. Cogent Engineering, 2018,5(1):1502242.
- [10] Osman H, Hosseini S H, Elsayed K. CFD modelling and multi-objective optimization of MHO for hydrodynamic cavitation generator using a radial basis function neural network, and NSGA-II[J]. Chemical Engineering and Processing-Process Intensification, 2023,190:109416.
- [11] Shojaeefard M H, Hosseini S E, Zare J. CFD simulation and Pareto-based multi-objective shape optimization of the centrifugal pump inducer applying GMDH neural network, modified NSGA-II, and TOPSIS[J]. Structural and Multidisciplinary Optimization, 2019,60(4):1509-1525.
- [12] 朱国俊,冯建军,郭鹏程,等.基于径向基神经网络—遗传算法的海流能水轮机叶片翼型优化[J].农业工程学报,2014,30(8):65-73.
- [13] 刘景成,张树有,徐敬华,等.板翅换热器导流结构非线性映射与性能多目标优化[J].化工学报,2015,66(5):1821-1830.
- [14] 赵楠,杨立新.CFD在换热器局部结构优化设计的应用[J].工程热物理学报,2009,(6):1039-1041.
- [15] Zakaria M, Mabrouka A S, Sarhan S. Artificial neural network: a brief overview[J]. neural networks, 2014,1:2.
- [16] 徐宜桂,周轶尘.BP神经网络及其在结构动力分析中的应用研究[J].计算力学学报,1998,15(2):210-216.
- [17] Deb K, Pratap A, Agarwal S, et al. A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II [J]. IEEE transactions on evolutionary computation, 2002,6(2):182-197.
- [18] Chaube A, Benyoucef L, Tiwari M K. An adapted NSGA-2 algorithm based dynamic process plan generation for a reconfigurable manufacturing system[J]. Journal of Intelligent Manufacturing, 2012,23(4):1141-1155.
- [19] 陶文铨.数值传热学[M].西安:西安交通大学出版社,2001:584-590.
- [20] 朱自强.应用计算流体力学[M].北京:北京航空航天大学出版社,1998:27-54.